

## 6. Hausaufgabe

### Formale Grundlagen der Informatik

Norbert E. Fuchs (fuchs@ifi.unizh.ch)  
Tobias Kuhn (t.kuhn@gmx.ch)  
Gérard Milmeister (milmei@ifi.unizh.ch)  
Jody Weissmann (jody@ifi.unizh.ch)

**Abgabe bis 28. Juni 2005, 17.00 Uhr**  
**Briefkasten 67-c, Stockwerk K, Institut für Informatik der Universität Zürich**  
**Bitte die Lösungen direkt in die vorgesehenen Lücken der Blätter schreiben!**

### Thema: Sprachen und Automaten

Name	Vorname	Matrikelnummer

# Aufgabe 1

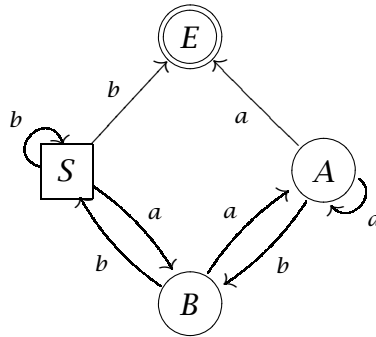
Gegeben ist folgende linkslinere Grammatik  $G$  mit Anfangssymbol  $S$ :

$$G = \{S \rightarrow bS, S \rightarrow aA, S \rightarrow bB, S \rightarrow a, A \rightarrow bB, A \rightarrow b, B \rightarrow bS\}$$

Konstruiere einen nichtdeterministischen endlichen Automaten  $A(G)$ , der die von der Grammatik  $G$  erzeugte Sprache erkennt. Benutze dabei als Zustände die Nichtterminale von  $G$  und einen zusätzlichen Endzustand  $E$ .

## Aufgabe 2

Gegeben ist folgender nichtdeterministischer Automat  $A$ :



### 2.1

Gib eine rechtslineare Grammatik  $G(A) = (N, T, S, R)$  an, so dass die durch die Grammatik  $G$  erzeugte Sprache  $\mathcal{L}(G)$  gleich der von  $A$  akzeptierten Sprache  $\mathcal{L}(A)$  ist. Benutze dann für die Nichtterminalsymbole die Symbole der Zustände des Automaten *ausser*  $E$ .

## 2.2

Konstruiere ausgehend vom nichtdeterministischen endlichen Automaten, einen deterministischen endlichen Automaten. Stelle zuerst die Tabelle der kombinierten Zustände auf. Vereinfache, bzw. reduziere, den Automaten, falls möglich. Zeichne dann den resultierenden Automaten als gerichteten Graphen.

## Aufgabe 3

Sei die Grammatik  $G = \{S, N, T, R\}$  gegeben mit:

$$N = \{S\}$$

$$T = \{a, b, c\}$$

$$R = \{S \rightarrow a, S \rightarrow SbS, S \rightarrow ScS\}$$

### 3.1

Finde zwei Syntaxbäume für das Wort *abaca*.

### 3.2

Transformiere  $G$  in eine eindeutige Grammatik  $G'$  und zeichne den Syntaxbaum zum Wort *abaca* gemäss  $G'$ .

## Aufgabe 4

### 4.1

Sei  $G_1 = (\{S, A, B\}, a, b, S, R)$  mit

$$R = \{S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow bCa, C \rightarrow Ca, C \rightarrow b\}$$

Von welchem „strengsten“ Chomsky Sprachtyp ist die durch die Grammatik  $G_1$  erzeugte Sprache? („Strengster“ Typ bedeutet, dass z.B. für eine Sprache vom Typ 3 die Antwort „Typ 0“ nicht korrekt ist, da sie eine zu „schwache“ Aussage ist.)

- Typ 0
- Typ 1
- Typ 2
- Typ 3

Kreuze an welche Sprache von  $G_1$  erzeugt wird.

- $\mathcal{L}_1 = \{ab^2a^n | n > 0\}$
- $\mathcal{L}_1 = \{ab^3a^n | n > 0\}$
- $\mathcal{L}_1 = \{ab^n a^n | n > 0\}$
- $\mathcal{L}_1 = \{ab^n a^3 | n > 0\}$

### 4.2

Sei  $G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, R)$  mit

$$R = \{S \rightarrow aAc, A \rightarrow cBb, B \rightarrow aSb, S \rightarrow c\}$$

Von welchem „strengsten“ Chomsky Sprachtyp ist die durch die Grammatik  $G_2$  erzeugte Sprache? („Strengster“ Typ bedeutet, dass z.B. für eine Sprache vom Typ 3 die Antwort „Typ 0“ nicht korrekt ist, da sie eine zu „schwache“ Aussage ist.)

- Typ 0
- Typ 1
- Typ 2
- Typ 3

Kreuze an welche Sprache von  $G_2$  erzeugt wird.

- $\mathcal{L}_2 = \{(aca)^n c (bbc)^n | n \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{(aca)^n c^n (bbc)^n | n > 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{(acc)^n c (cbb)^n | n > 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{(aca)^n (cbbb)^n | n > 0\}$

### 4.3

Sei  $G_3 = (\{S, A, C, D\}, \{a, b, c\}, S, R)$  mit

$$R = \{S \rightarrow aAbCc, A \rightarrow aAbC, A \rightarrow abC, Cb \rightarrow bC, Cc \rightarrow Dc, CD \rightarrow Dc, bD \rightarrow bbcc\}$$

Von welchem „strengsten“ Chomsky Sprachtyp ist die durch die Grammatik  $G_3$  erzeugte Sprache? („Strengster“ Typ bedeutet, dass z.B. für eine Sprache vom Typ 3 die Antwort „Typ 0“ nicht korrekt ist, da sie eine zu „schwache“ Aussage ist.)

- Typ 0
- Typ 1
- Typ 2
- Typ 3

Kreuze an welche Sprache von  $G_3$  erzeugt wird.

- $\mathcal{L}_3 = \{a^n b^{n+1} c^{n+2} \mid n > 1\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{a^n b^{n+1} c^n \mid n > 1\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{a^n b^{n+1} c^{n+1} \mid n > 1\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{a^n b^n c^m \mid n > 1, m > n\}$

## Aufgabe 5

Sei  $A = \{0, 1\}$  und  $B = \{0, 1, \#\}$ .

### 5.1

Konstruiere eine Turingmaschine  $M_1 = (Z, A, B, t, z_0, \#, E)$ , die ein binäres Eingabewort mit 2 multipliziert.

### 5.2

Sei folgende Turingmaschine  $M_2 = (Z, A, B, t, z_0, \#, E)$  gegeben:

$$Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}, E = \{z_3\}$$

$$t(z_0, 0) = (z_1, \#, R)$$

$$t(z_0, 1) = (z_2, \#, R)$$

$$t(z_1, 0) = (z_1, \#, R)$$

$$t(z_1, 1) = (z_2, \#, R)$$

$$t(z_2, 0) = (z_1, \#, R)$$

$$t(z_2, 1) = (z_2, \#, R)$$

$$t(z_1, \#) = (z_3, 1, L)$$

$$t(z_2, \#) = (z_3, 0, L)$$

Simuliere  $M_2$  für das Eingabewort 01. Was erzeugt  $M_2$  für ein Eingabewort  $w$ , welches aus einer nichtleeren Folge von 0 und 1 besteht. Wir nehmen an, dass die Maschine am Anfang auf dem ersten Zeichen (von links) des Eingabeworts steht.