

## 5. Hausaufgabe

### Formale Grundlagen der Informatik

Norbert E. Fuchs (fuchs@ifi.unizh.ch)  
Tobias Kuhn (t.kuhn@gmx.ch)  
Gérard Milmeister (milmei@ifi.unizh.ch)  
Jody Weissmann (jody@ifi.unizh.ch)

**Abgabe bis 14. Juni 2005, 17.00 Uhr**  
**Briefkasten 67-c, Stockwerk K, Institut für Informatik der Universität Zürich**  
**Bitte die Lösungen direkt in die vorgesehenen Lücken der Blätter schreiben!**

### Thema: Sprachen und Automaten

Name	Vorname	Matrikelnummer

# Aufgabe 1

## 1.1

Zeige mit vollständiger Induktion, dass die folgende Gleichung für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

## 1.2

Sei  $S$  die Menge aller Strings über dem Alphabet  $A$ , und  $\epsilon \in S$  der leere String. Sei  $s_1 \cdot s_2$  die Konkatenation zweier Strings. Sei ferner die Länge eines Strings gegeben durch  $L(\epsilon) = 0$ , und für  $a \in A$ ,  $L(s \cdot a) = L(s) + 1$ .

Zeige mit struktureller Induktion, dass

$$L(s_1 \cdot s_2) = L(s_1) + L(s_2)$$

## Aufgabe 2

Sei  $\mathcal{L}$  die Sprache aller Wörter über dem Alphabet  $\{a, b\}$ , die mindestens so viele  $a$  wie  $b$  enthalten.

Gib eine kontextfreie Grammatik  $G = (\{S\}, \{a, b\}, S, R)$  an, so dass  $\mathcal{L} = \mathcal{L}(G)$ .

Die Menge der Regeln  $R$  muss nicht kleinstmöglich sein.

## Aufgabe 3

Gegeben ist folgende kontextfreie Grammatik  $G$ :

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow bAA, A \rightarrow Ba, A \rightarrow aB, B \rightarrow aA, A \rightarrow b, B \rightarrow a\})$$

### 3.1

Gib für die Zeichenkette  $baaaab$  eine Linksableitung an.

### 3.2

Ist die Grammatik  $G$  mehrdeutig? Begründe die Antwort.

## Aufgabe 4

Sei  $A = \{a, b, c\}$

### 4.1

Gib folgende Sprachen in aufzählender Form an:

$$\mathcal{L}_1 = \{w \in A^* \mid (w \in \{a\}^* \vee w \in \{a\}^*\{b\}^+\{a\}^+ \vee w \in \{b\}^+\{c\}^+) \wedge |w| = 3\}$$

$$\mathcal{L}_2 = \{w \in A^* \mid w \in \{a\}^*\{b\}^*\{c\}^* \wedge |w| = 3\} - \{x \in A^* \mid \{c\}^*\{a\}^*\{b\}^*\}$$

### 4.2

Bestimme den regulären Ausdruck für die Sprache  $\mathcal{L}_3$  über  $A$ , deren Wörter nie zwei aufeinanderfolgende Buchstaben  $a$  haben.

### 4.3

Bestimme den regulären Ausdruck für die Sprache  $\mathcal{L}_4$  über  $A$ , deren Wörter eine gerade Anzahl  $c$  haben.

## Aufgabe 5

Gib eine kontextfreie Grammatik  $G = (N, T, S, R)$  für die Sprache der prädikatenlogischen Ausdrücke an. Berücksichtige dabei die Konnektoren  $\wedge$ ,  $\vee$  und  $\neg$ . Der Einfachheit wegen gehe davon aus, dass nur die Variablen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  sowie die einstelligen Prädikatensymbole  $p$ ,  $q$  und  $r$ , Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  und einstelligen Funktionssymbole  $f$  und  $g$  zur Verfügung stehen. Stelle sicher, dass die Präzedenzen der Operatoren korrekt wiedergegeben werden.

Beispiel eines Ausdrucks in dieser Sprache:

$$\forall X(\exists Y(p(f(X)) \vee q(a) \wedge \neg r(Z)))$$