Institut für Informatik der
Universität Zürich

Sommersemester 2005

4. Hausaufgabe
Formale Grundlagen der Informatik

Norbert E. Fuchs (fuchs@ifi.unizh.ch)
Tobias Kuhn (t.kuhn@gmx.ch)
Gérard Milmeister (milmei@ifi.unizh.ch)
Jody Weissmann (jody@ifi.unizh.ch)

Abgabe bis 31. Mai 2005, 17.00 Uhr
Briefkasten 67-c, Stockwerk K, Institut für Informatik der Universität Zürich

Bitte die Lösungen direkt in die vorgesehenen Lücken der Blätter schreiben!

Thema: Resolution und Tableaux

Name	Vorname	Matrikelnummer

Aufgabe 1

Reto wurde ermordet. Die verdächtigen Personen (Theo, Michi und Vreni) machen die folgenden Aussagen.

Aussagen von Theo:

$\text{unschuldig}(\text{theo}) \rightarrow \text{freund}(\text{michi}, \text{reto})$
$\text{unschuldig}(\text{theo}) \rightarrow \text{hasst}(\text{vreni}, \text{reto})$

Aussagen von Michi:

$\text{unschuldig}(\text{michi}) \rightarrow \text{auswärts}(\text{michi})$
$\text{unschuldig}(\text{michi}) \rightarrow \neg\text{kennt}(\text{michi}, \text{reto})$

Aussagen von Vreni:

$\text{unschuldig}(\text{vreni}) \rightarrow \text{besucht}(\text{theo}, \text{reto})$
$\text{unschuldig}(\text{vreni}) \rightarrow \text{besucht}(\text{michi}, \text{reto})$

Weiterhin gelten die bekannten Tatsachen:

$\forall X(\text{besucht}(X, \text{reto}) \rightarrow \neg\text{auswärts}(X))$
$\forall X(\forall Y(\text{freund}(X, Y) \rightarrow \text{kennt}(X, Y)))$
$\forall X(\forall Y(\text{hasst}(X, Y) \rightarrow \text{kennt}(X, Y)))$

Wir nehmen an, dass es nur einen Täter gibt.

$\text{unschuldig}(\text{theo}) \vee \text{unschuldig}(\text{michi})$
$\text{unschuldig}(\text{theo}) \vee \text{unschuldig}(\text{vreni})$
$\text{unschuldig}(\text{michi}) \vee \text{unschuldig}(\text{vreni})$

Beweise durch Refutation mit Resolution, dass Michi der Mörder ist, d.h. dass aus den obigen Angaben folgt:

$\neg\text{unschuldig}(\text{michi})$

Wandle die Aussagen zuerst in Klauselform um. Um Platz zu sparen können die Prädikat- und Termnamen auf den Anfangsbuchstaben gekürzt werden.

Gib die Menge der Axiome und das zu beweisende Theorem an. Gib die Menge der Klauseln an, die für den Refutationsbeweis verwendet werden. Führe den Resolutionsbeweis durch und gib alle allgemeinsten Unifikatoren an, die benutzt werden.

Aufgabe 2

Bestimme den MGU (allgemeinsten Unifikator) für folgende Ausdrücke, falls er existiert. Gib die gemeinsame Instanz der beiden unifizierenden Ausdrücke an. Falls die Ausdrücke nicht unifizieren, begründe dies.

2.1

$$q(g(X), Y) \text{ und } q(g(a), g(X))$$

2.2

$$r(h(X), h(Y)) \text{ und } r(Y, h(h(a)))$$

2.3

$$s(f(X), X) \text{ und } s(f(a), b)$$

2.4

$$t(g(X, Y), Y) \text{ und } t(Z, f(X))$$

Aufgabe 3

Wandle folgende Formeln in Klauselform um. Präsentiere das Ergebnis als eine Menge von Klauseln. Begründe jeden Schritt.

3.1

$$\forall X(p(X) \rightarrow \exists Y(q(X,Y) \vee \exists Z(r(X,Y,Z) \wedge s(X,Y))))$$

3.2

$$\exists Y(\forall X(p(X,Y) \rightarrow q(X,Y) \wedge \exists Y(r(X,Y))))$$

Aufgabe 4

Bestimme mithilfe der Tableaux-Methode ob folgende logische Folgerungen gültig sind. Falls nicht, leite aus dem Tableau die Wahrheitsbelegungen ab, die die Folgerung widerlegen.

4.1

$$\{p \to r, q \to r, p \vee q\} \vdash r$$

4.2

$$p \vee q \vdash p \wedge q$$

4.3

$$(p \to q) \land (p \to r) \vdash p \to (q \land r)$$

4.4

$$\{p \lor q, \neg p \lor r \lor s, \neg r \lor t, t \lor \neg s, \neg t\} \vdash q$$

Aufgabe 5

Gegeben sind folgende Axiome der Peano Arithmetik.

$$\forall X(\mathrm{add}(X, 0, X))$$
$$\forall X(\forall Y(\forall Z(\mathrm{add}(X, Y, Z) \rightarrow \mathrm{add}(X, s(Y), s(Z)))))$$

5.1

Formuliere die Axiome als Klauselmenge M.

5.2

Finde mittels Resolution und Refutation die Lösung der Gleichung $X = 4 - 2$.