Institut für Informatik der
Universität Zürich

Sommersemester 2005

3. Hausaufgabe
Formale Grundlagen der Informatik

Norbert E. Fuchs (fuchs@ifi.unizh.ch)
Tobias Kuhn (t.kuhn@gmx.ch)
Gérard Milmeister (milmei@ifi.unizh.ch)
Jody Weissmann (jody@ifi.unizh.ch)

Abgabe bis 17. Mai 2005, 17.00 Uhr
Briefkasten 67-c, Stockwerk K, Institut für Informatik der Universität Zürich

Bitte die Lösungen direkt in die vorgesehenen Lücken der Blätter schreiben!

Thema: Prädikatenlogik

Name	Vorname	Matrikelnummer

Aufgabe 1

Folgende Prädikatensymbole sind gegeben:

$n(X)$:	X ist eine natürliche Zahl > 0.
$r(X)$:	X ist eine reelle Zahl.
$o(X)$:	X ist die Zahl 1.
$\mathrm{sum}(X, Y, Z)$:	$Z = X + Y$.
$\mathrm{prod}(X, Y, Z)$:	$Z = X \cdot Y$.
$m(X)$:	X ist eine Menge.
$e(X, Y)$:	X ist ein Element von Y.

Formalisiere folgende Aussagen. Verwende dabei die vordefinierten Prädikatensymbole und die Prädikatensymbole aus vorangehenden Aufgaben, aber keine anderen.

1.1

$p(X) \equiv X$ ist eine nicht-negative relle Zahl.

1.2

$k(X, Y) \equiv X, Y$ sind nicht-negative reelle Zahlen und $X \leq Y$.

1.3

$\mathrm{prim}(X) \equiv X$ ist eine Primzahl.

1.4

$\mathrm{tm}(X, Y) \equiv X$ ist eine (echte oder unechte) Teilmenge von Y.

1.5

$\mathrm{pm}(X, Y) \equiv X$ ist die Potenzmenge von Y.

1.6

$\mathrm{dist}(X, Y, Z) \equiv X, Y$ und Z sind reelle Zahlen und
Z ist der (euklidische) Abstand des Punktes (X, Y) vom Ursprung $(0, 0)$
in einem kartesischen Koordinatensystem.

1.7

$C \equiv$ Die Zahl 1 ist das einzige neutrale Element der Multiplikation
bezüglich der Menge der reellen Zahlen.

Aufgabe 2

Bestimme für folgende Formeln, ob sie tautologisch, erfüllbar, widerlegbar, oder inkonsistent sind. Begründe die Antwort. Für erfüllbare, aber nicht tautologische, Formeln gib zusätzlich eine konkrete Interpretation an.

2.1

$$\forall X(\exists Y(p(X,Y) \land q(X,Y) \land \neg(\neg q(X,Y) \rightarrow p(X,Y))))$$

2.2

$$\exists X(\exists Y((p(X,Y) \rightarrow q(X,Y)) \lor (q(Y,X) \land q(X,Y)) \lor p(X,Y)))$$

2.3

$$\forall X(\forall Y(\forall Z(\neg p(X,X) \wedge (p(X,Y) \wedge p(Y,Z) \to p(X,Z)))))$$

2.4

$$\exists X(\forall Y(p(Y)) \vee \neg p(X))$$

Aufgabe 3

3.1

Führe folgende Substitution durch:

$$\exists Z \forall X(p(X,Z,Y,W) \rightarrow \exists Y(q(X,Y,Z) \wedge \forall X(r(X,Y)))) \quad \{W/Z, Z/X, X/Y, Y/X\}$$

3.2

Bringe folgende Formel in Pränexnormalform:

$$\forall X(\exists Y(p(X,Y)) \rightarrow \exists Y(q(X,Y) \wedge \forall X(r(X,Y) \rightarrow s(X,Y))))$$

Aufgabe 4

Gib eine möglichst präzise prädikatenlogische Formalisierung für folgende natürlichsprachlichen Aussagen.

> „Zürcher lesen den Blick, den Tagesanzeiger oder die NZZ, aber höchstens eine Tageszeitung.“

> „Es kommt nicht vor, dass ein Schweizer an einem Tag vergisst, mit seinem Hund spazieren zu gehen, falls er einen hat.“

Verwende dabei folgende Prädikate:

besitzt(X, Y):	X besitzt Y.
blick(X):	X ist der Blick.
ch(X):	X ist ein Schweizer.
hund(X):	X ist ein Hund.
id(X, Y) :	X und Y sind identisch.
liest(X, Y):	X liest Y.
nzz(X):	X ist die NZZ.
spaziert(X, Y, Z) :	X geht mit Y am Tag Z spazieren.
tag(X):	X ist ein Tag.
ta(X):	X ist der Tagesanzeiger.
zeitung(X):	X ist eine Tageszeitung.
zh(X):	X ist ein Zürcher.

Aufgabe 5

In Übung 2 wurde das Sherlock-Holmes-Problem mittels Wahrheitsbelegungen gelöst. Verwende nun einen Beweis durch Resolution und Refutation um zu zeigen, dass aus P_1 bis P_5 die Konklusion K folgt.

P_1: $t \rightarrow m$

P_2: $\neg t \rightarrow (r \vee k)$

P_3: $r \rightarrow f$

P_4: $\neg f \rightarrow \neg k$

P_5: $\neg f$

K: m

5.1

Gib die Klauselmenge für den Resolutionsbeweis an.

5.2

Führe den Resolutionsbeweis mithilfe der oben definierten Klauselmenge durch.